

# Graphische Datenverarbeitung

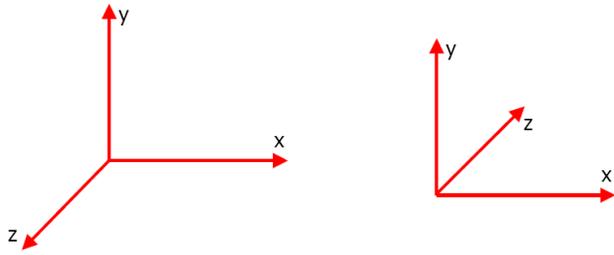
Polar-, Zylinder- und Kugelkoordinatensysteme

Prof. Dr. Elke Hergenröther

h\_da

## Koordinatensysteme zur Darstellung geometrischer Daten:

- Kartesisches Koordinatensystem



Beispiel für ein rechts- und ein linkshändiges Kartesischen Koordinatensystems

- Polarkoordinatensystem
- Zylinderkoordinatensystem
- Kugelkoordinatensystem

## Wozu braucht man Polarkoordinatensysteme?

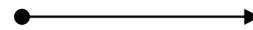
**In der Mathematik** braucht man Polarkoordinatensysteme, um alles was auf einer Kreisoberfläche passiert einfacher beschreiben zu können.

**In der Computer Graphik** braucht man Polarkoordinatensysteme, um einfacher zwei dimensionale kreisrunde Geometrien modellieren zu können.

Sie sind Grundlage für Zylinder- und Kugelkoordinatensysteme, die man bspw. zur Modellierung von runden oder zylindrischen CAD-Modelle und Sphere-Mapping braucht.

## Wozu braucht man Polarkoordinatensysteme?

**In der Bildverarbeitung** braucht man ein Polarkoordinatensystem, weil es aus runden Konturen eckige macht. Es ist einfacher Quadrate (oder angenäherde Quadrate) zu detektieren als Kreise oder Ellipsen.

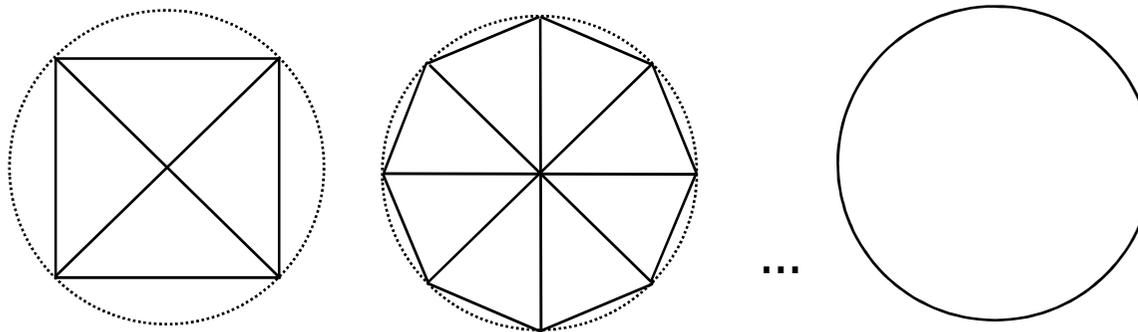


Figuren im Kartesischen  
Koordinatensystem...

... und im Polarkoordinatensystem

## Modellierung eines 2D-Kreises in Kartesischen Koordinatensystem

**In OpenGL werden alle darzustellenden Objekte durch ein Dreiecksgitter angenähert!** Für die Modellierung einer Kreisfläche bedeutet das:



Man kann den Kreis annähern durch 4, 8, ... etc. Dreiecke. Ab wie vielen Dreiecken wird eindeutig erkannt, dass eine Kreis dargestellt wird?

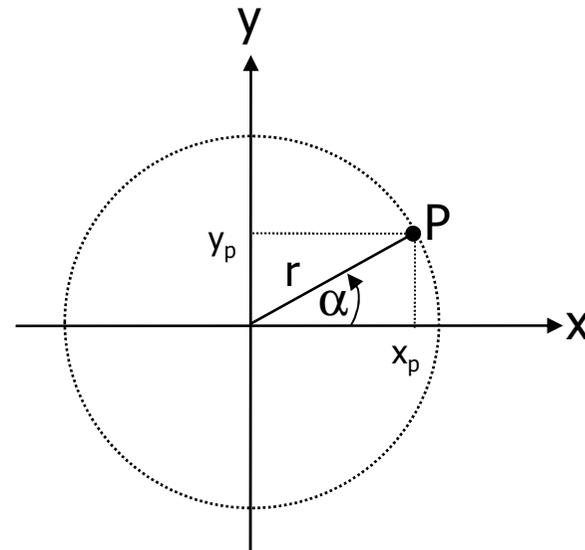
**Besser man beschreibt einen Kreis nicht anhand einzelner Dreiecke sondern durch eine Funktion.**

## Funktionen zur Modellierung eines Kreises im Kartesischen Koordinatensystem

Wenn der Mittelpunkt des Kreises im Ursprung des Kartesischen Koordinatensystems liegt, werden die  $x$ - und  $y$ -Werte der Punkte auf der Kreislinie durch die folgenden Funktionen bestimmt:

$$x_p = r * \cos(\alpha)$$

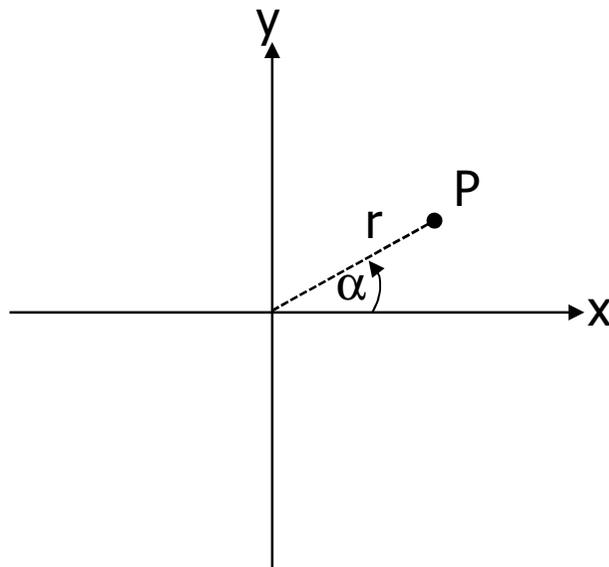
$$y_p = r * \sin(\alpha) \quad \text{mit } (0 \leq \alpha \leq 2\pi)$$



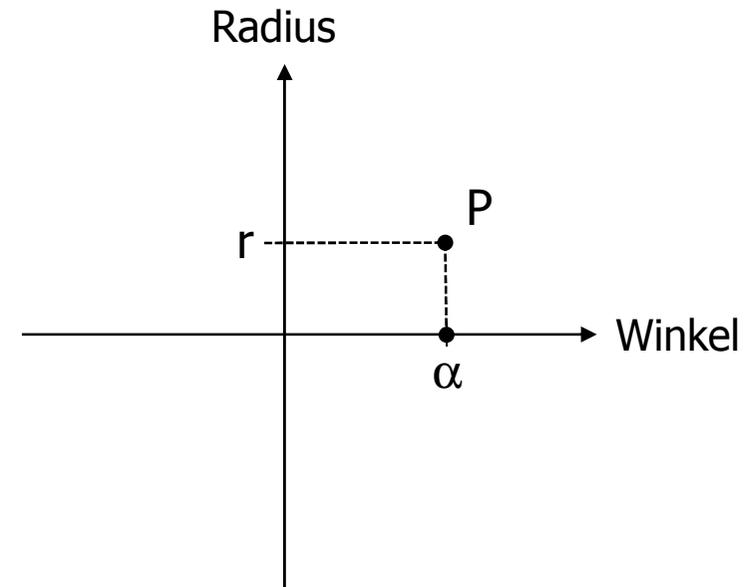
### Fazit:

Zur eindeutigen Beschreibung eines Kreises genügt die Angabe des **Radius** – vorausgesetzt der Mittelpunkt des Kreises liegt im Ursprung. Zur eindeutigen Bestimmung einzelner Punkte, die auf der Kreislinie liegen, kann der **Winkel**  $\alpha$  genutzt werden.

# Punkt P dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

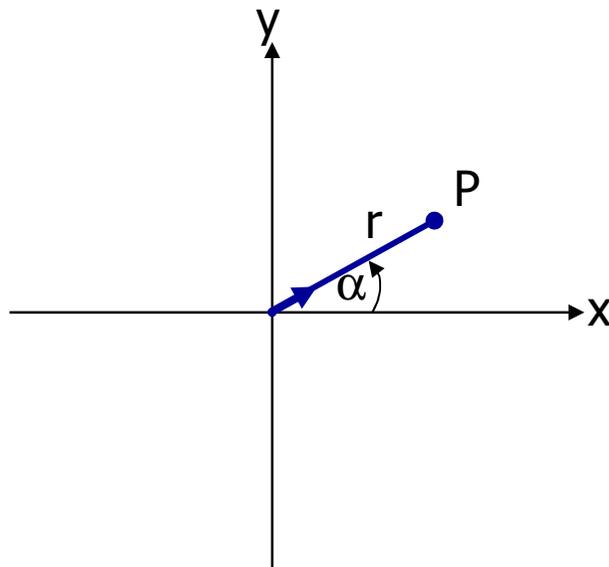


Kartesisches Koordinatensystem

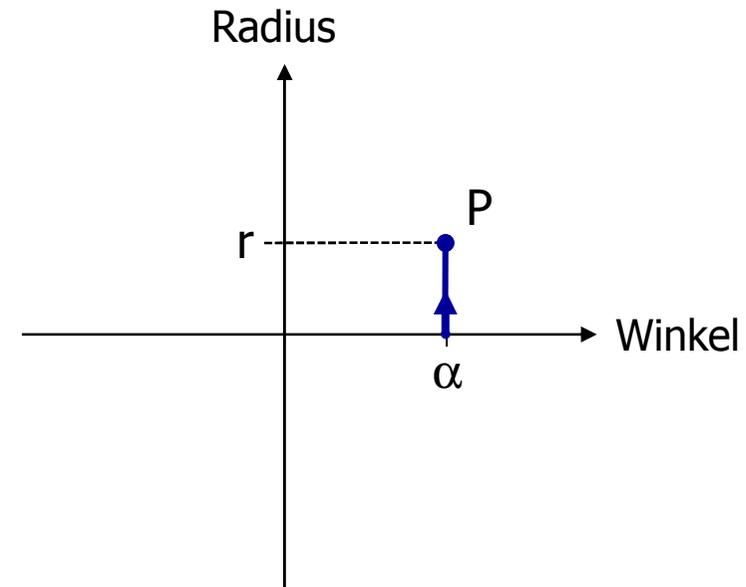


Polarkoordinatensystem

## Strecke zu P dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

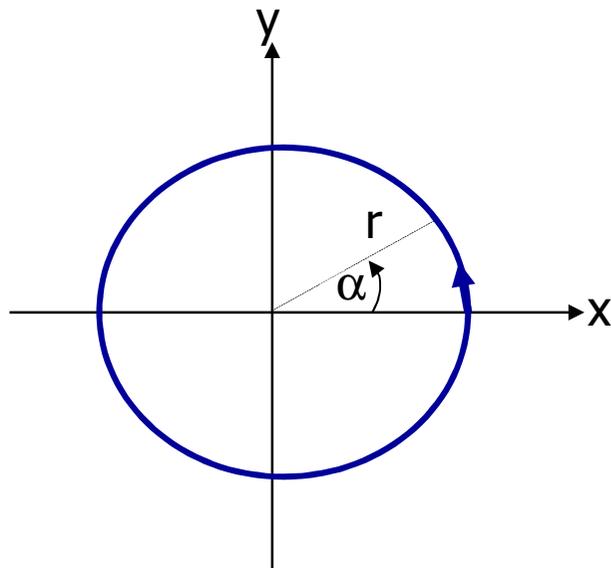


Kartesisches Koordinatensystem

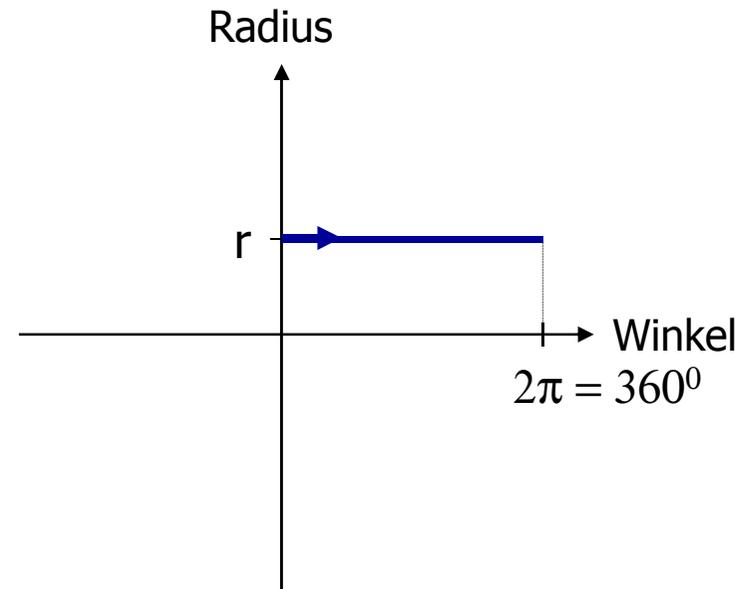


Polarkoordinatensystem

# Außenkante eines Kreises dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

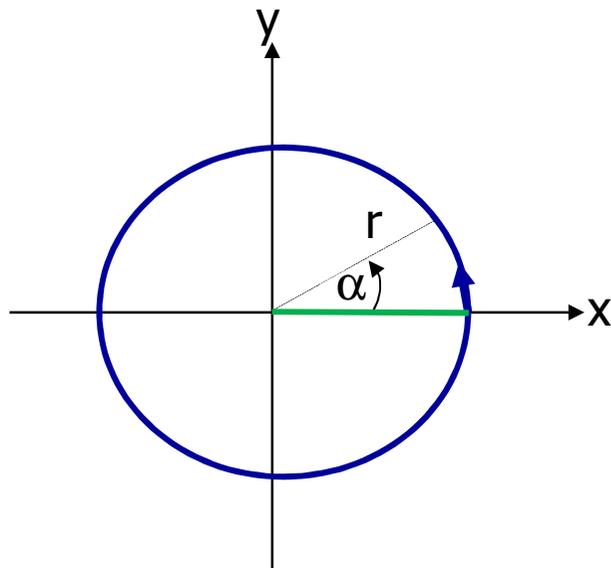


Kartesisches Koordinatensystem

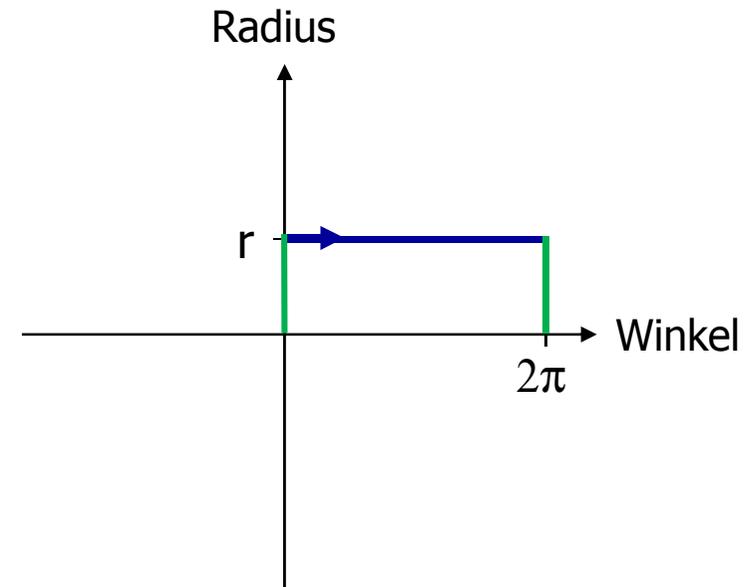


Polarkoordinatensystem

Strecke auf der x-Achse - von Ursprung bis Außenkante des Kreises - dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

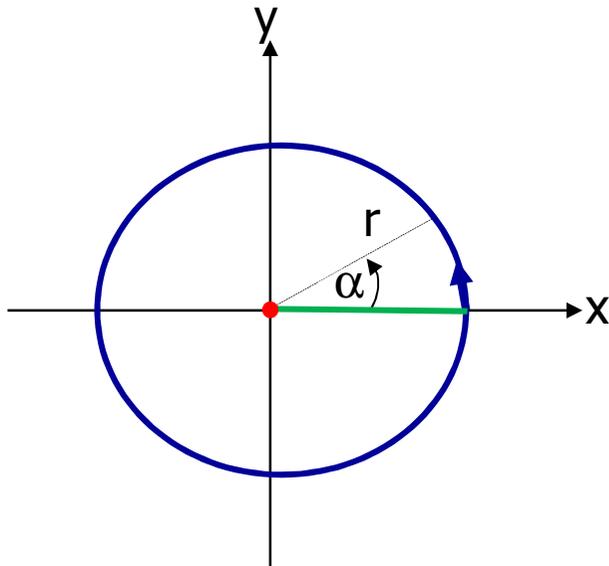


Kartesisches Koordinatensystem

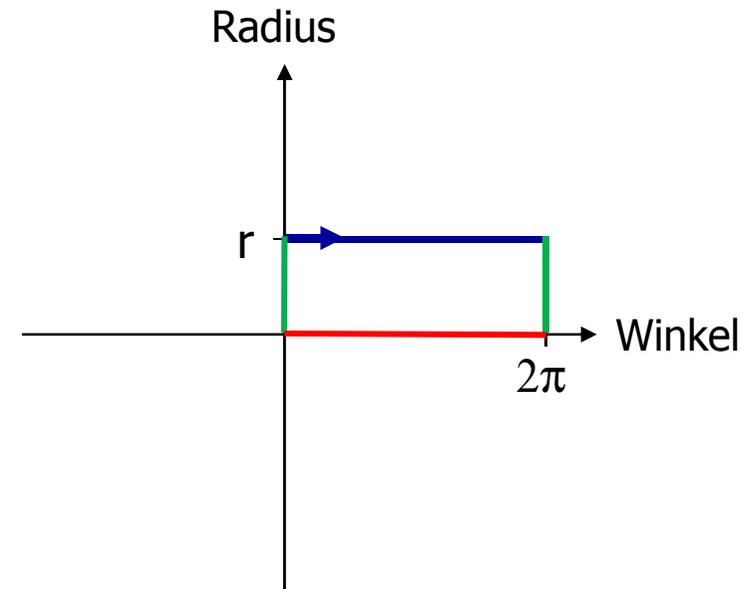


Polarkoordinatensystem

Strecke auf der Winkel-Achse - von Ursprung bis  $2\pi$  -  
dargestellt im Polar- und im Kartesischen  
Koordinatensystem

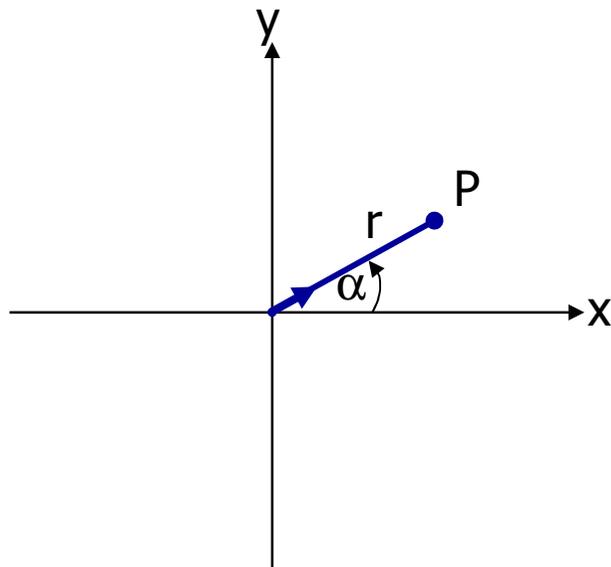


Kartesisches Koordinatensystem

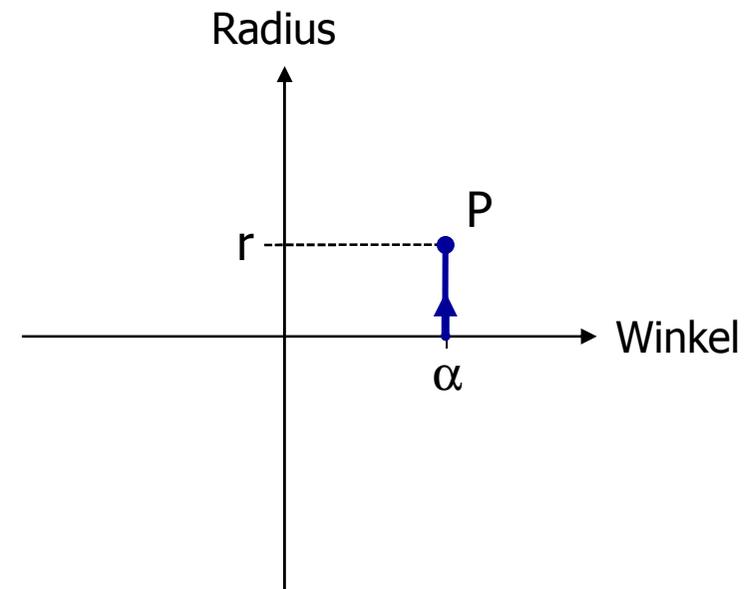


Polarkoordinatensystem

## Strecke zu P dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

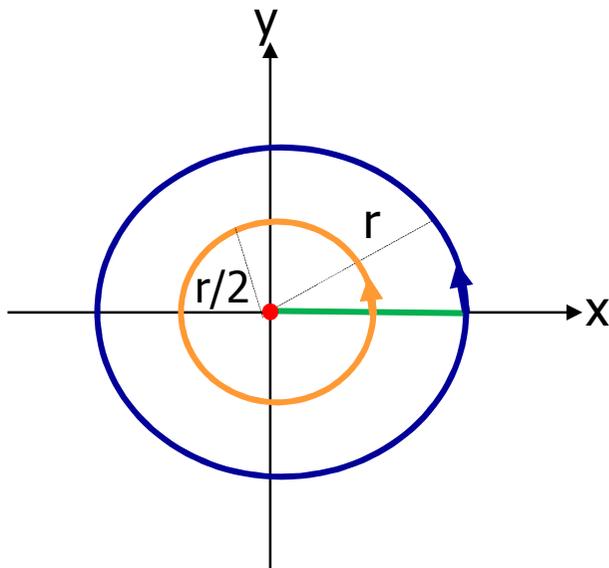


Kartesisches Koordinatensystem

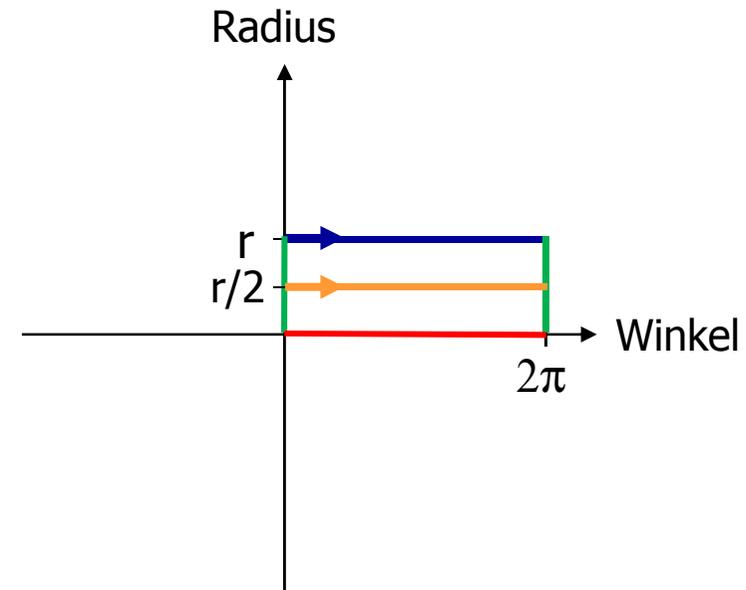


Polarkoordinatensystem

# Kreis mit dem Radius $r/2$ dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

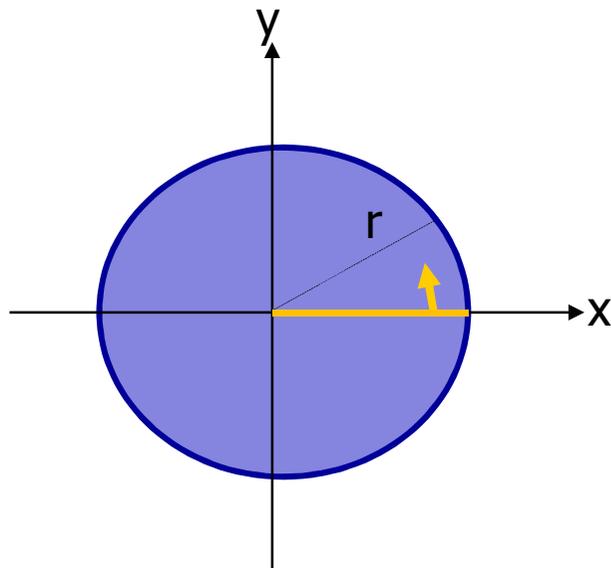


Kartesisches Koordinatensystem

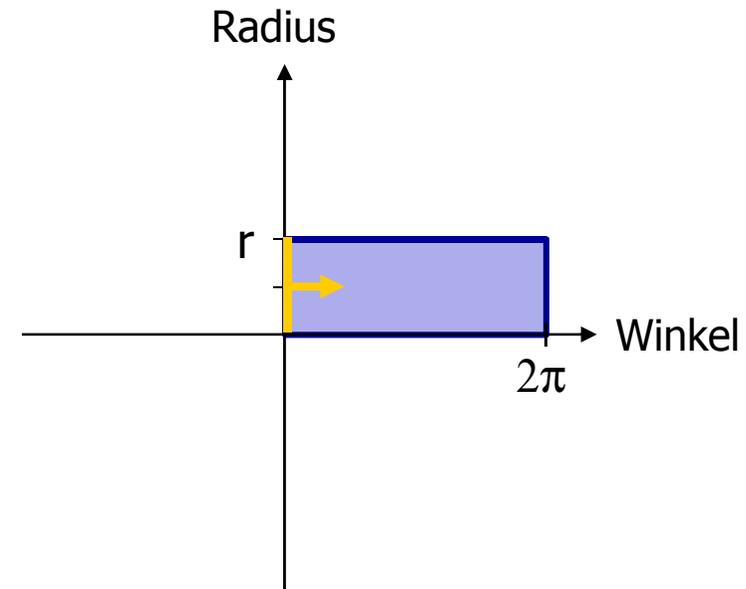


Polarkoordinatensystem

# Kreisfläche dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

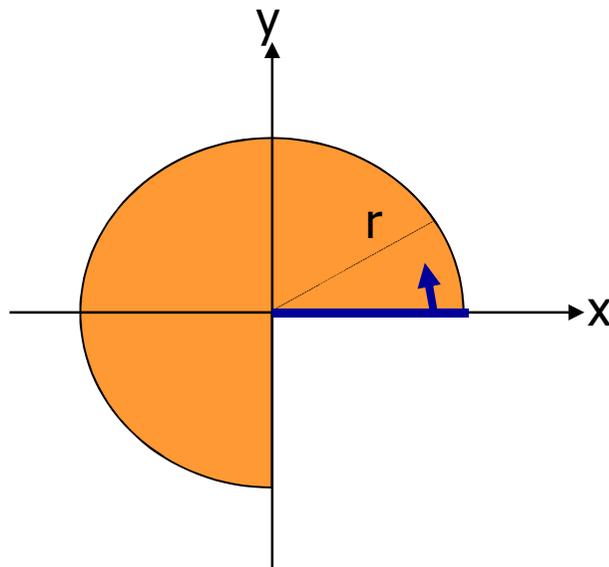


Kartesisches Koordinatensystem

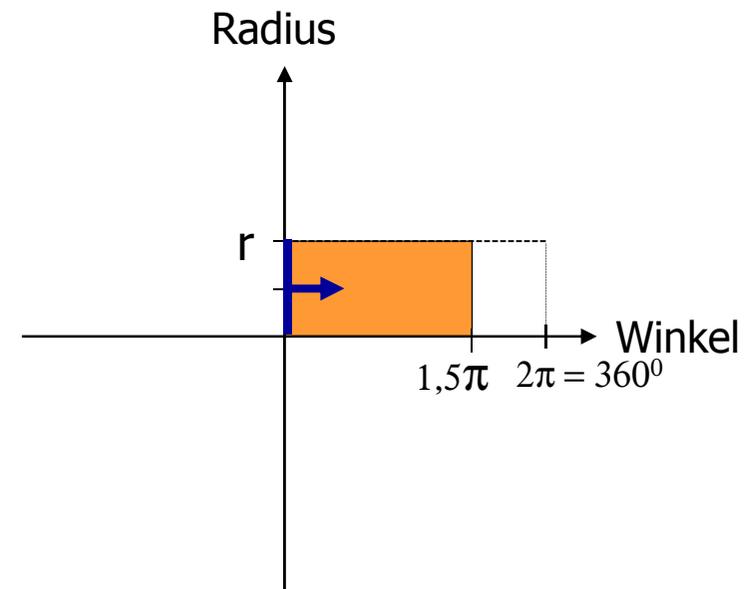


Polarkoordinatensystem

# Kreisfläche dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem



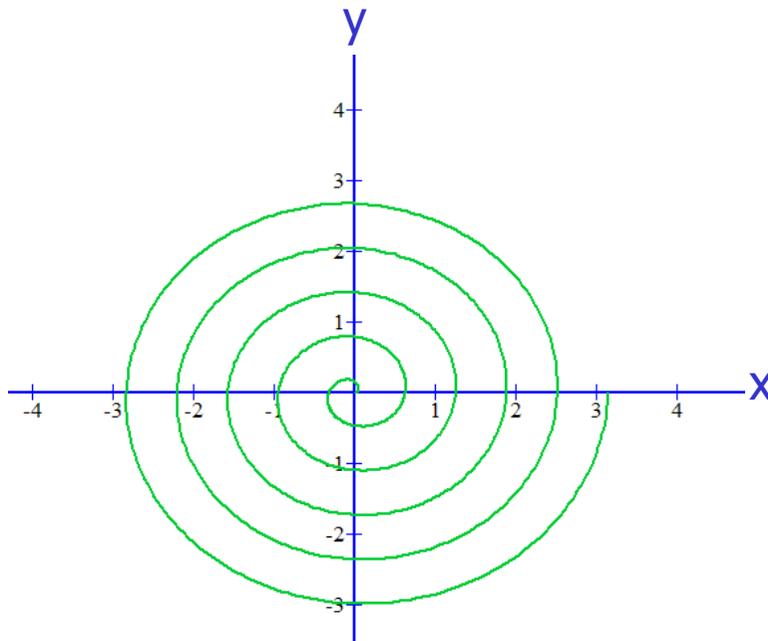
Kartesisches Koordinatensystem



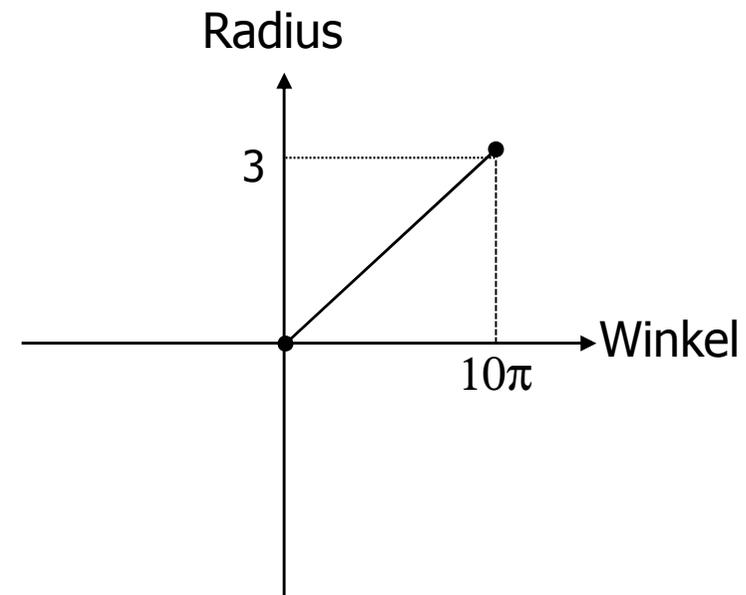
Polarkoordinatensystem

# Spirale dargestellt im Kartesischen- und im Polarkoordinatensystem

Die Spirale wird durch eine 5-malig Drehung entgegen des Uhrzeigersinns erzeugt.

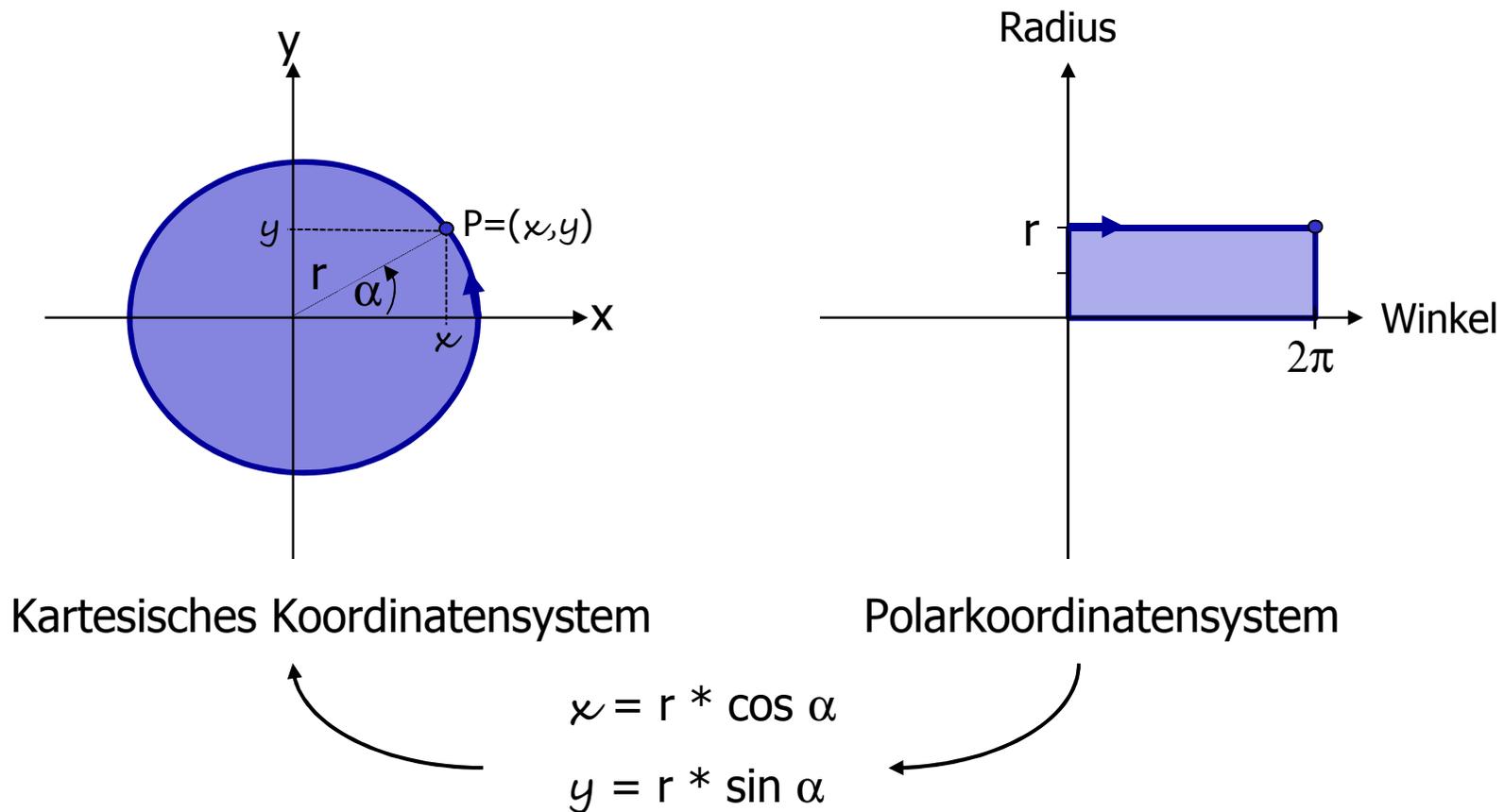


Kartesisches Koordinatensystem

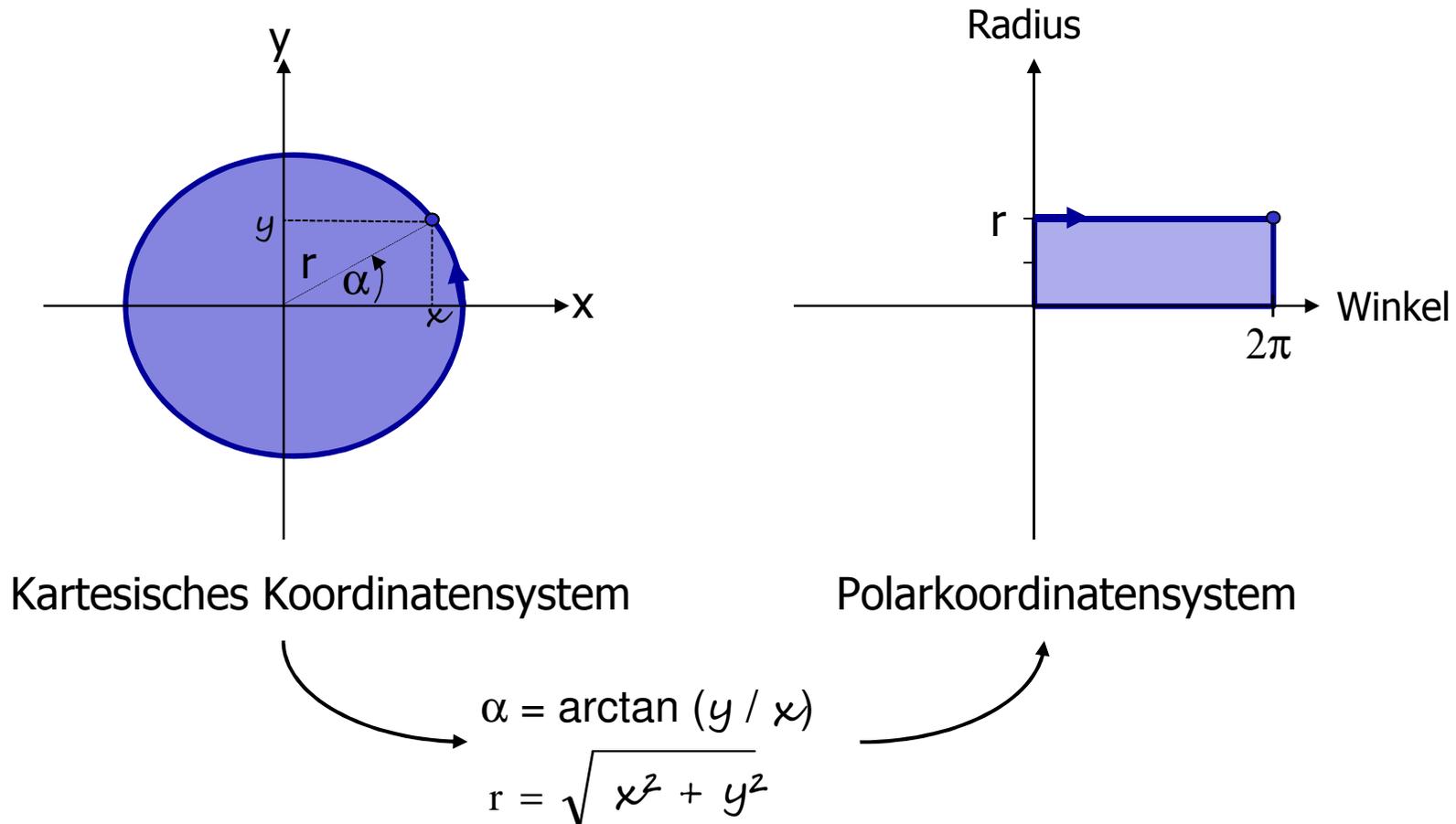


Polarkoordinatensystem

# Umrechnung vom Polar- und ins Kartesische Koordinatensystem

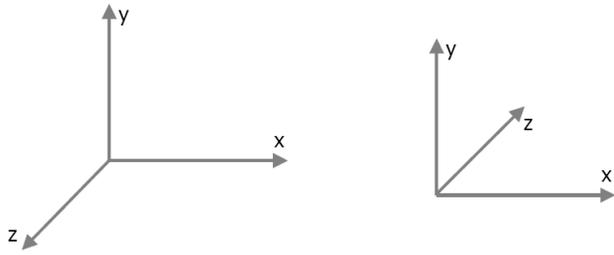


# Umrechnung vom Kartesischen- und ins Polarkoordinatensystem



## Koordinatensysteme zur Darstellung geometrischer Daten:

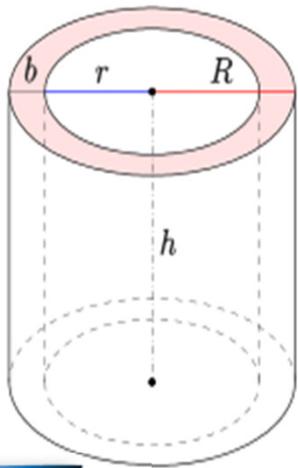
- Kartesisches Koordinatensystem



Beispiel für ein rechts- und ein linkshändiges Kartesischen Koordinatensystems

- Polarkoordinatensystem
- Zylinderkoordinatensystem
- Kugelkoordinatensystem

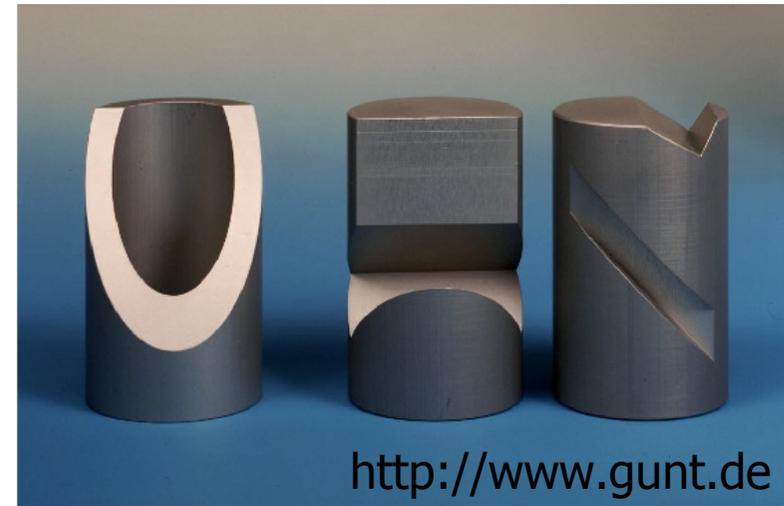
## Wozu braucht man Zylinderkoordinatensysteme?



Hohlzylinder  
(Wikipedia)



<http://www.mathematische-basteleien.de/zylinder.htm>



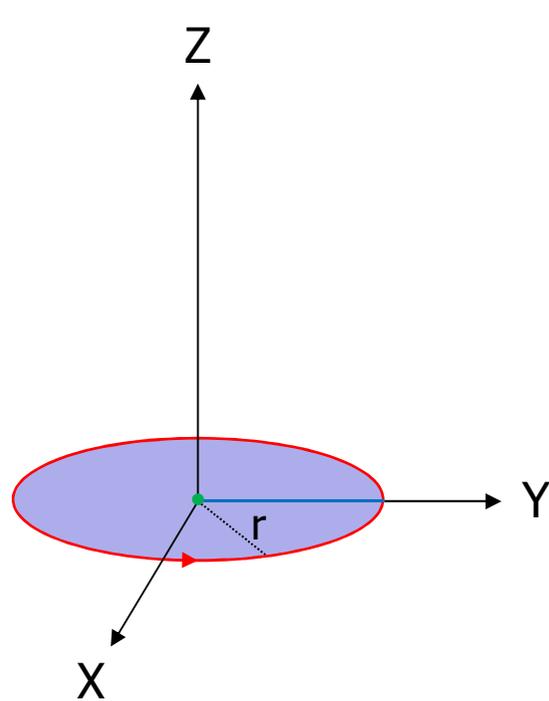
<http://www.gunt.de>

Zylinderkoordinatensysteme  
braucht man zum  
Modellieren aller Objekte  
mit zylindrischem Ursprung.

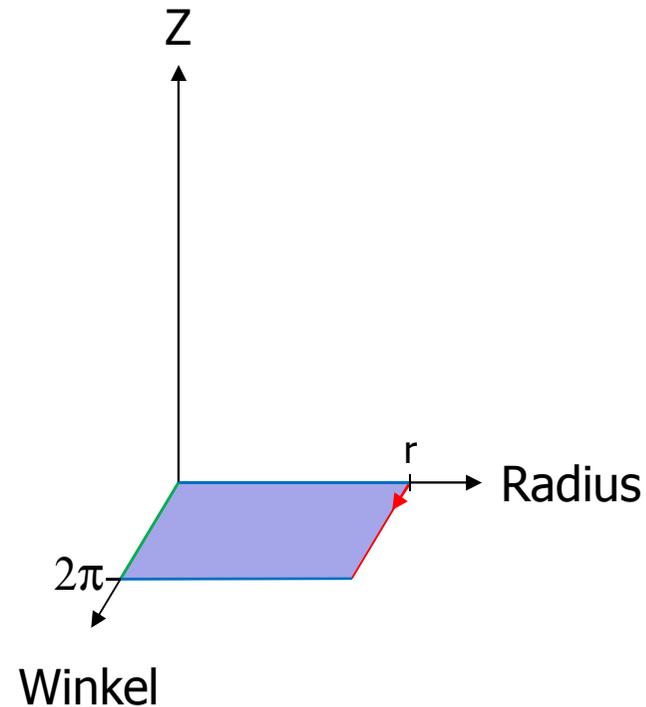


<http://www.logomore.net/blue-vase-clipart/>

# Vom Kartesischen zum Zylinderkoordinatensystem

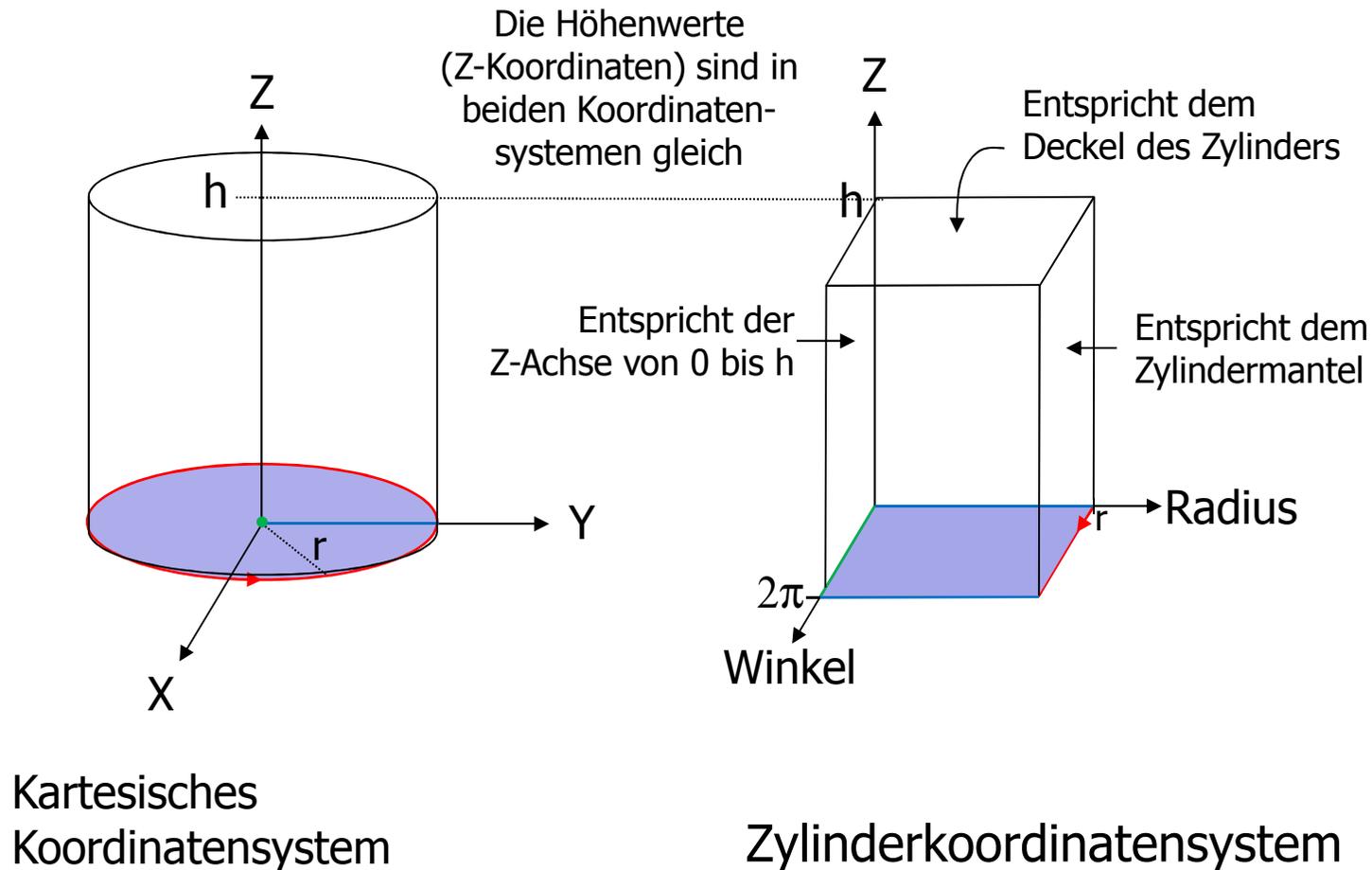


Kartesisches  
Koordinatensystem

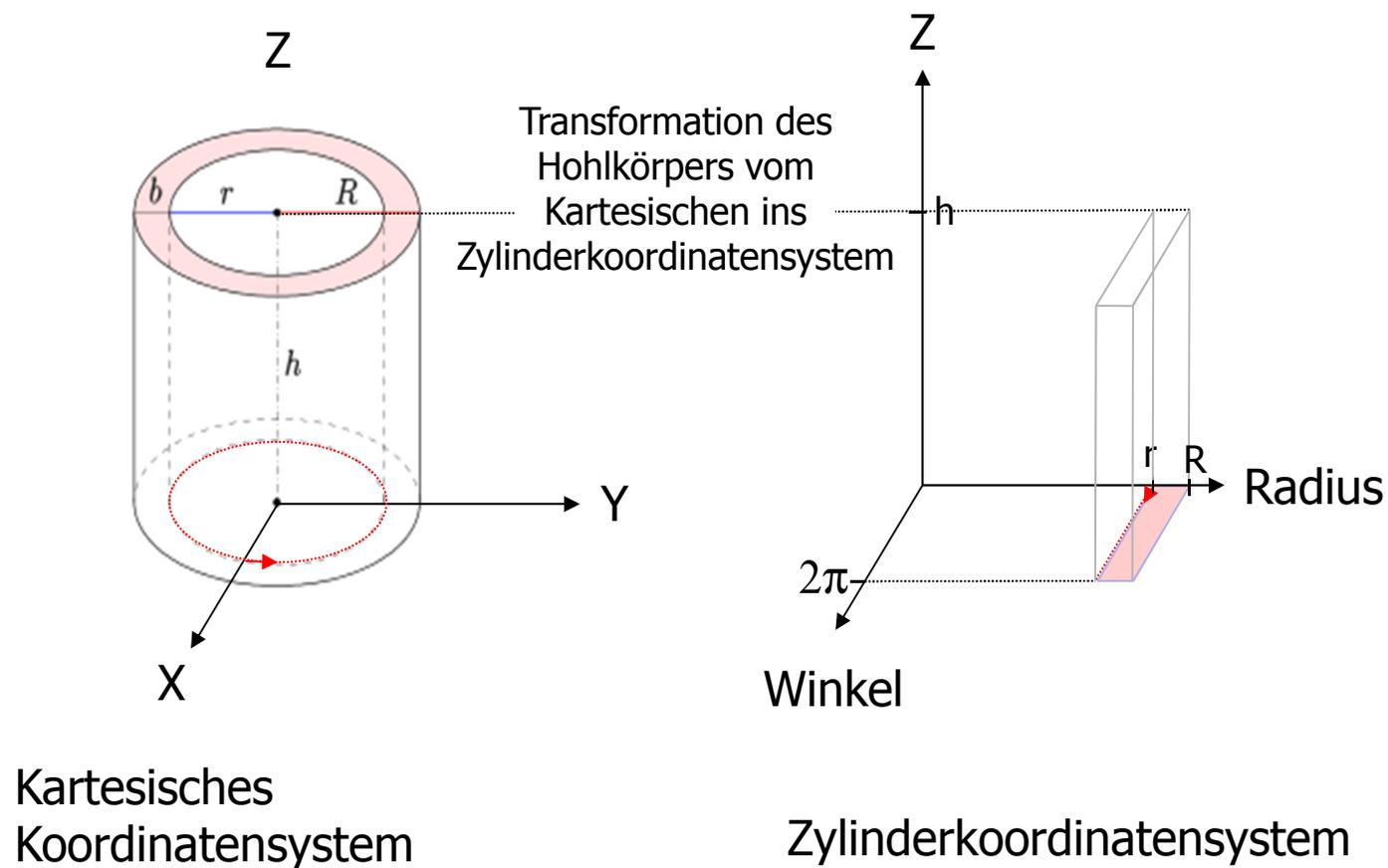


Zylinderkoordinatensystem

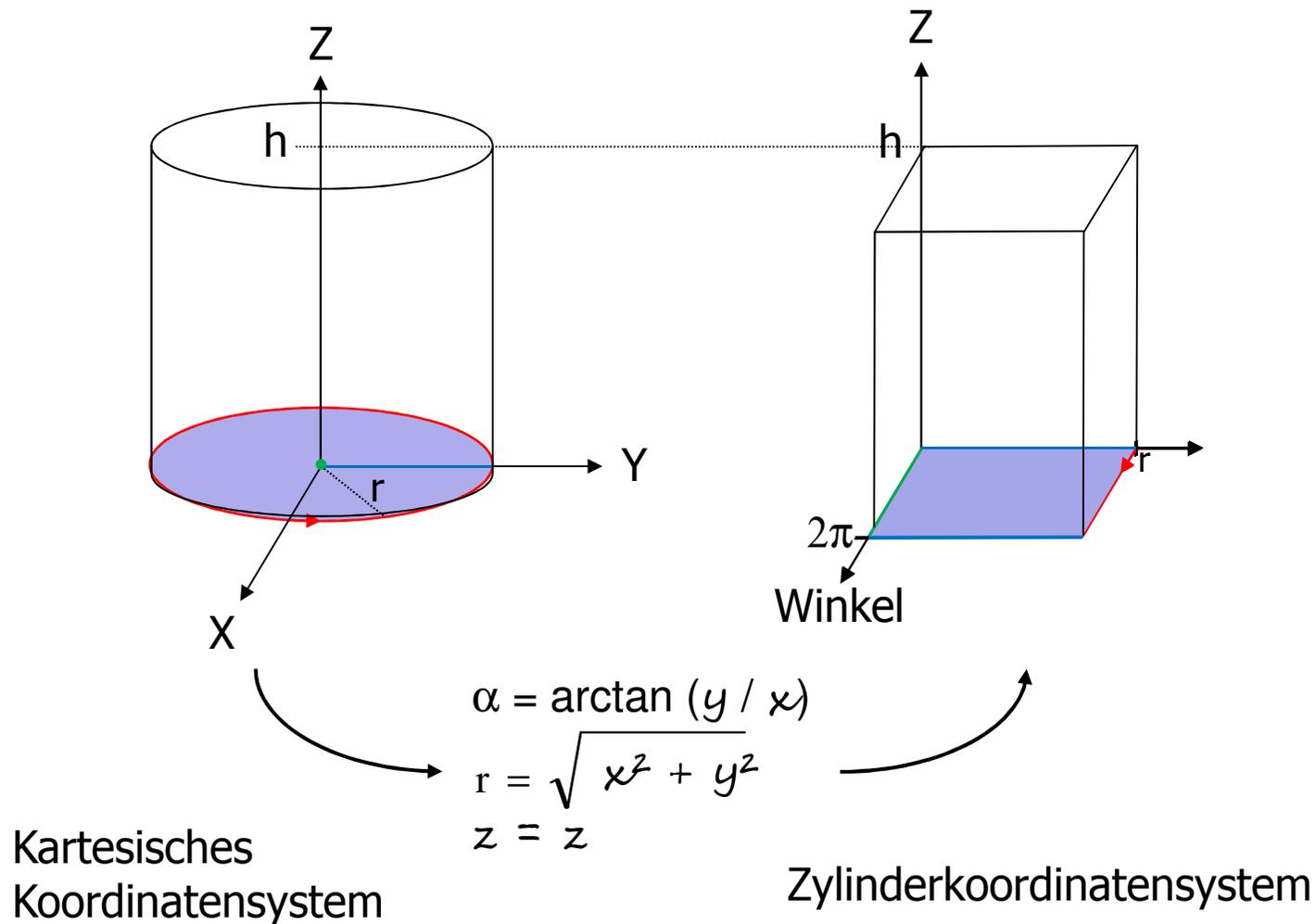
# Vom Kartesischen zum Zylinderkoordinatensystem



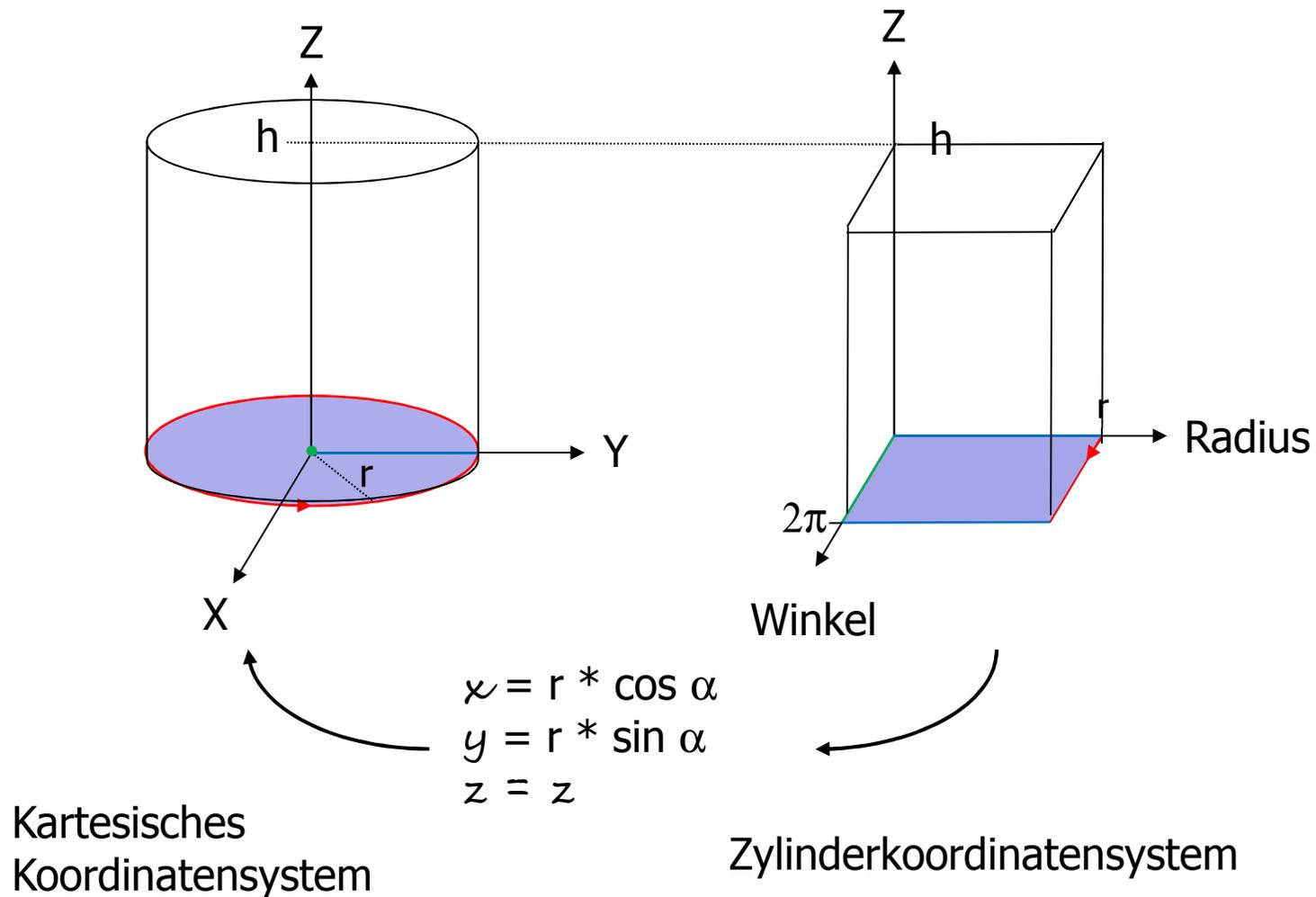
# Vom Kartesischen zum Zylinderkoordinatensystem



# Umrechnung vom Kartesischen ins Zylinderkoordinatensystem

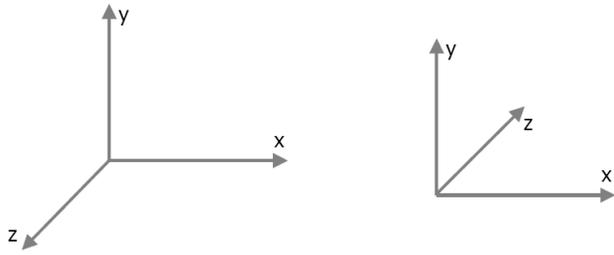


# Umrechnung vom Zylinder- ins Kartesische Koordinatensystem



## Koordinatensysteme zur Darstellung geometrischer Daten:

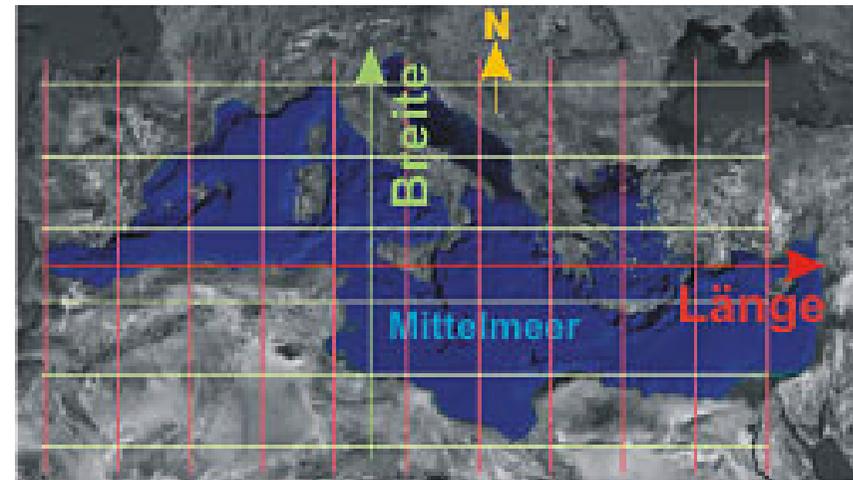
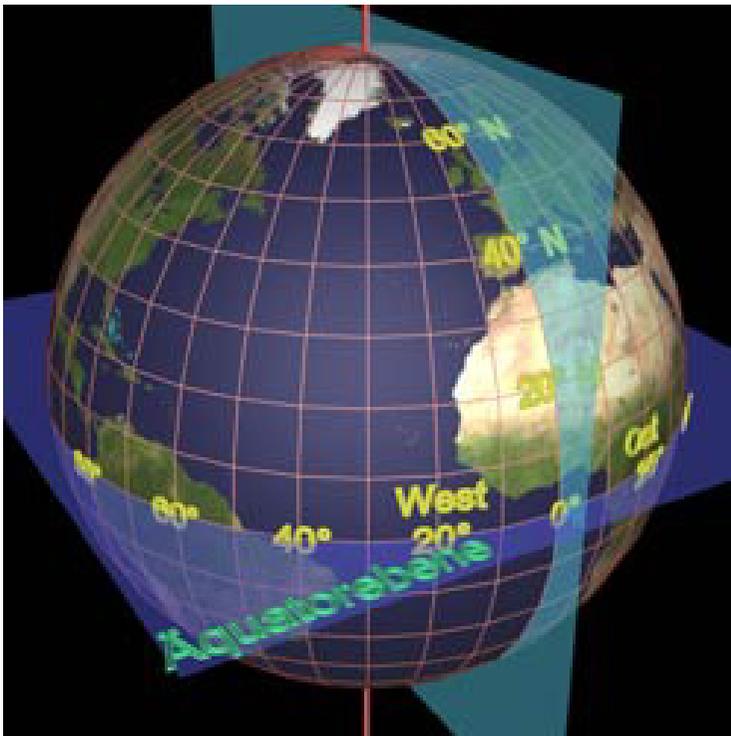
- Kartesisches Koordinatensystem



Beispiel für ein rechts- und ein linkshändiges Kartesischen Koordinatensystems

- Polarkoordinatensystem
- Zylinderkoordinatensystem
- Kugelkoordinatensystem

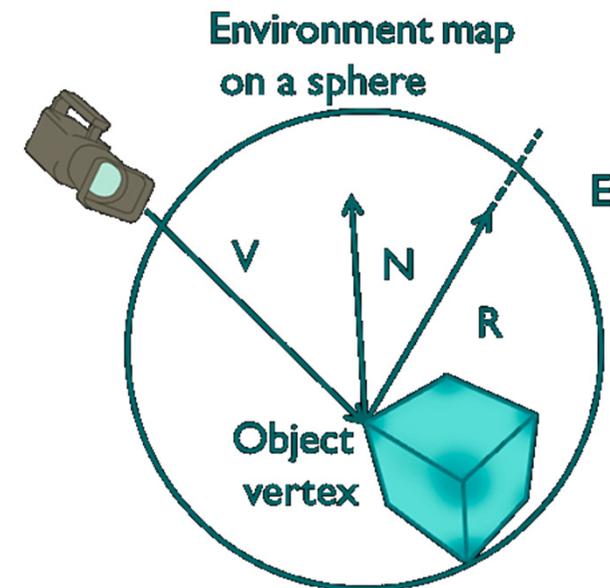
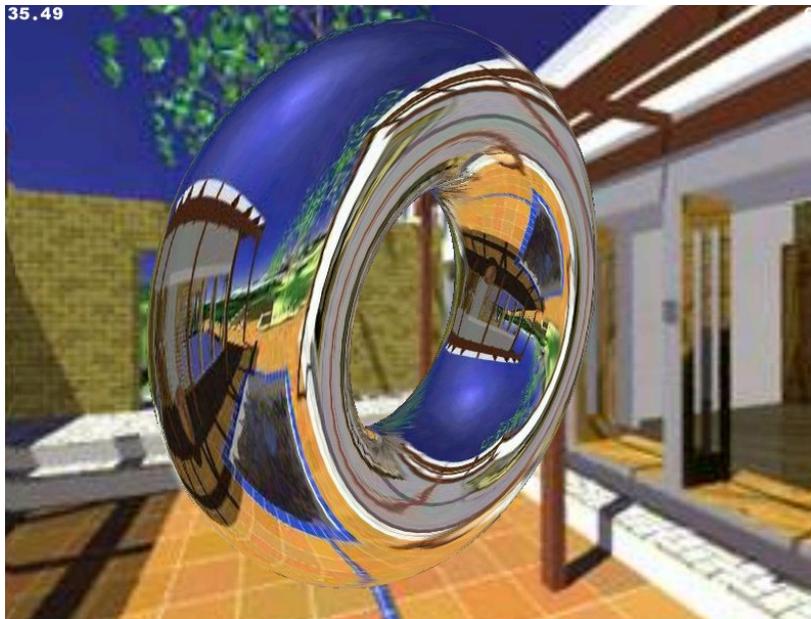
## Motivation Kugelkoordinatensystem



Wieviele Parameter benötigt man um einen Punkt im Kugelkoordinatensystem eindeutig bestimmen zu können?

# Motivation Kugelkoordinatensystem

## Environment Mapping: Beispiel Sphere Mapping



Links aus: <https://community.arm.com/developer/tools-software/graphics/b/blog/posts/reflections-based-on-local-cubemaps-in-unity>

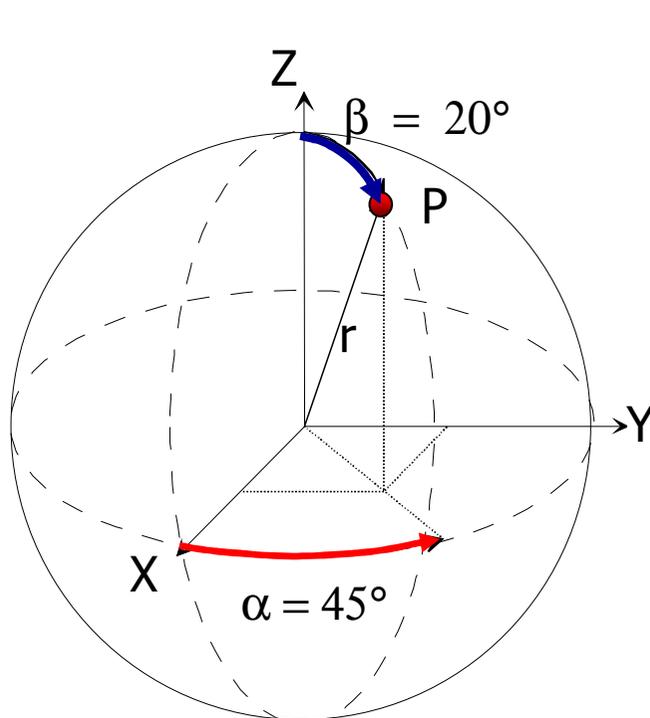
Rechts aus: [http://zanir.wz.cz/programming/opengl/img/019\\_sphere\\_mapping.jpg](http://zanir.wz.cz/programming/opengl/img/019_sphere_mapping.jpg)

## Motivation Kugelkoordinatensystem

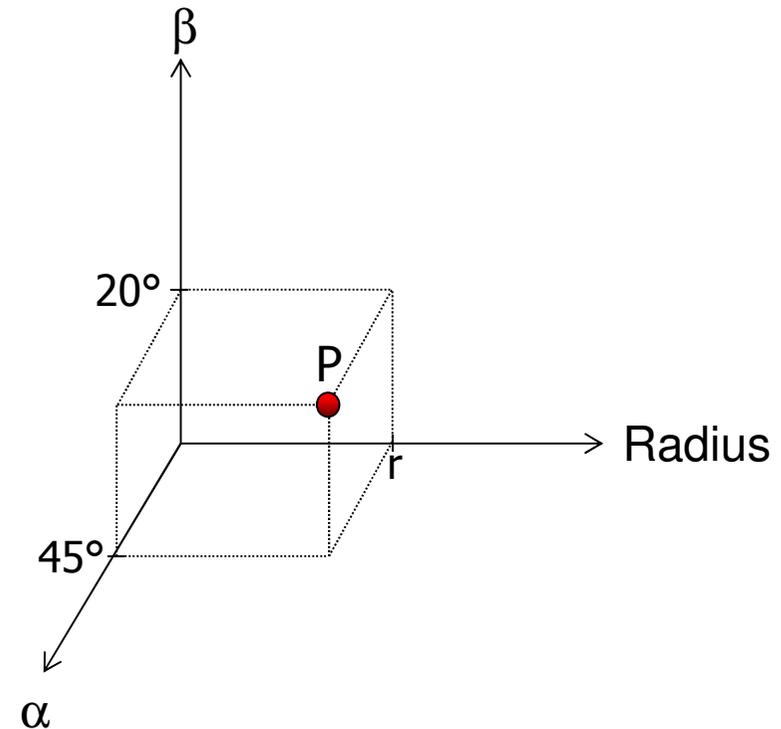


Aus: <http://glasnost.itcarlow.ie/~powerk/GeneralGraphicsNotes/Theory/mappinglighting.htm>

# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem

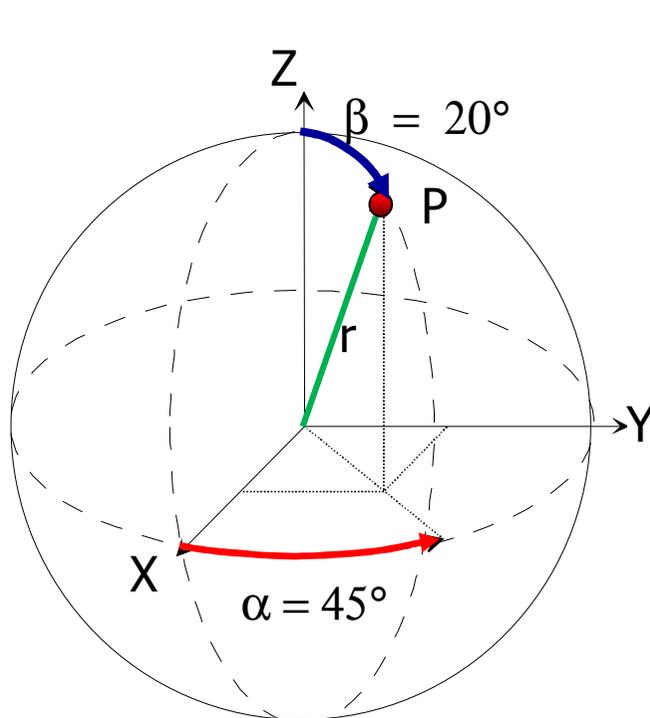


Kartesisches Koordinatensystem

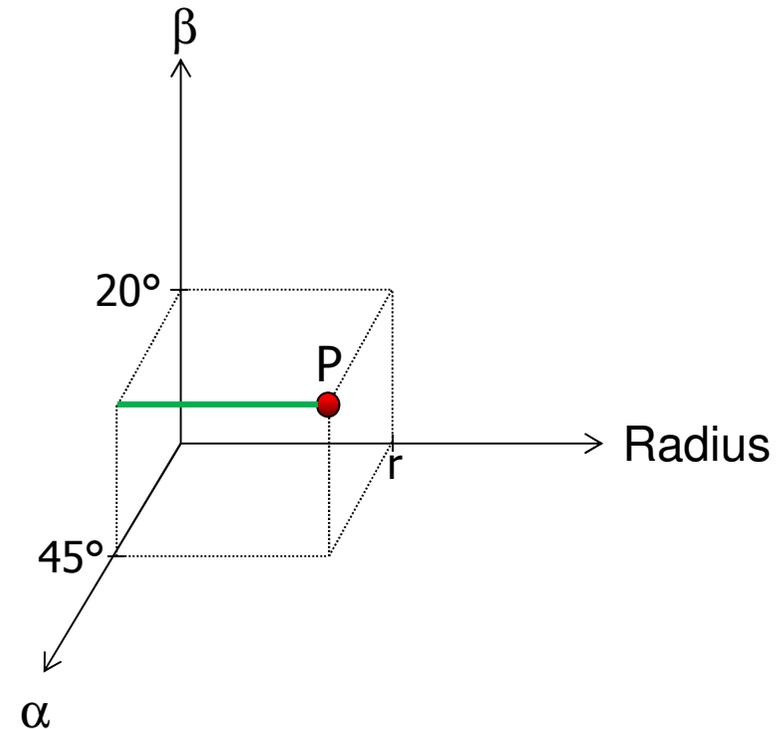


Kugelkoordinatensystem

# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem

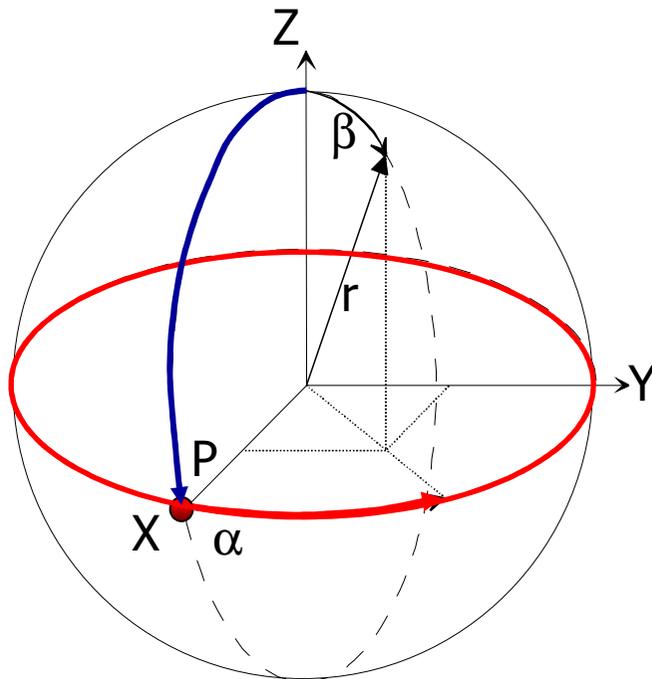


Kartesisches Koordinatensystem

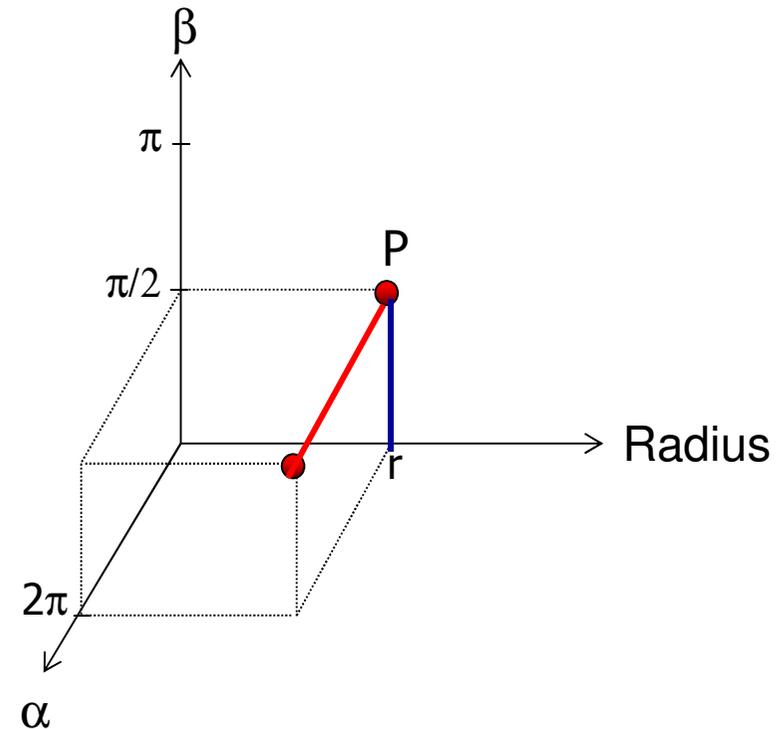


Kugelkoordinatensystem

# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem

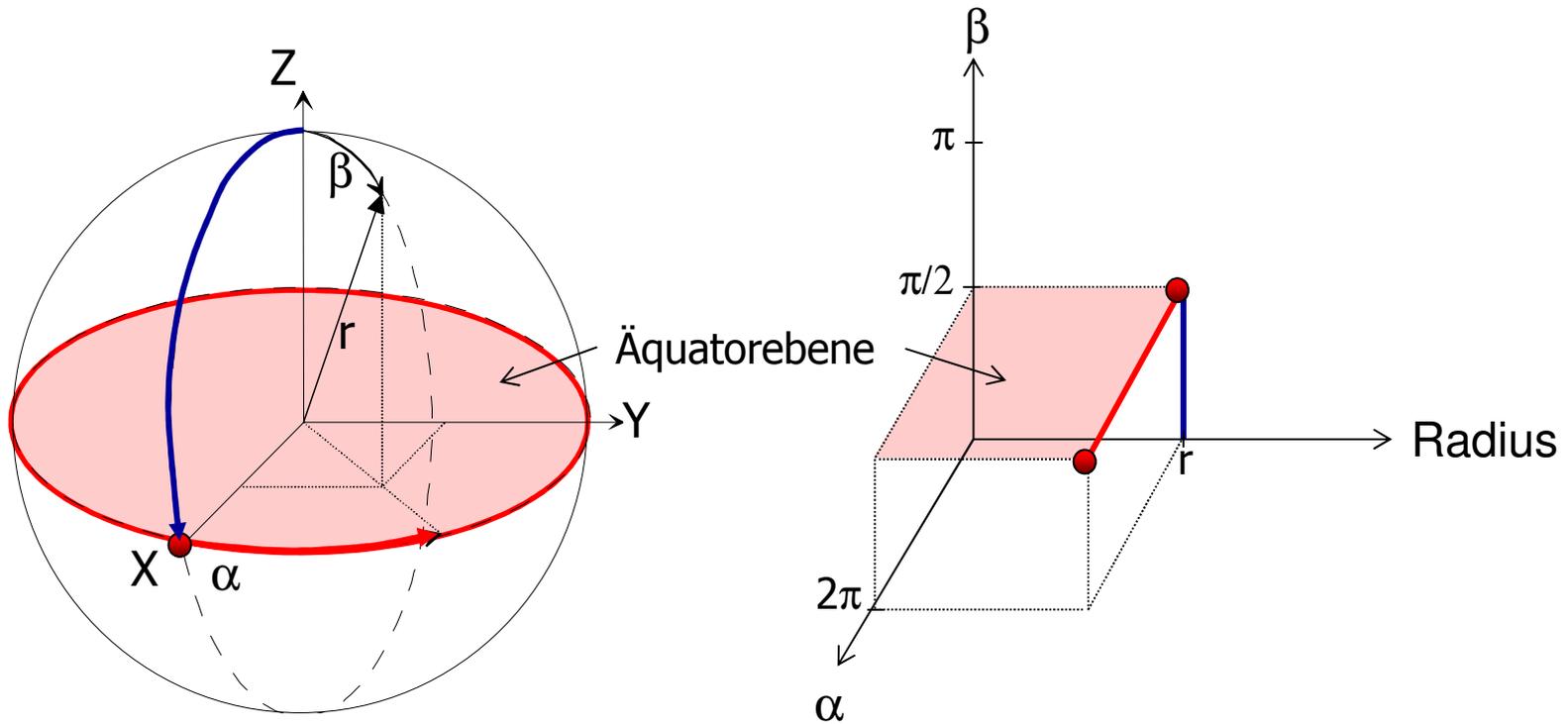


Kartesisches Koordinatensystem



Kugelkoordinatensystem

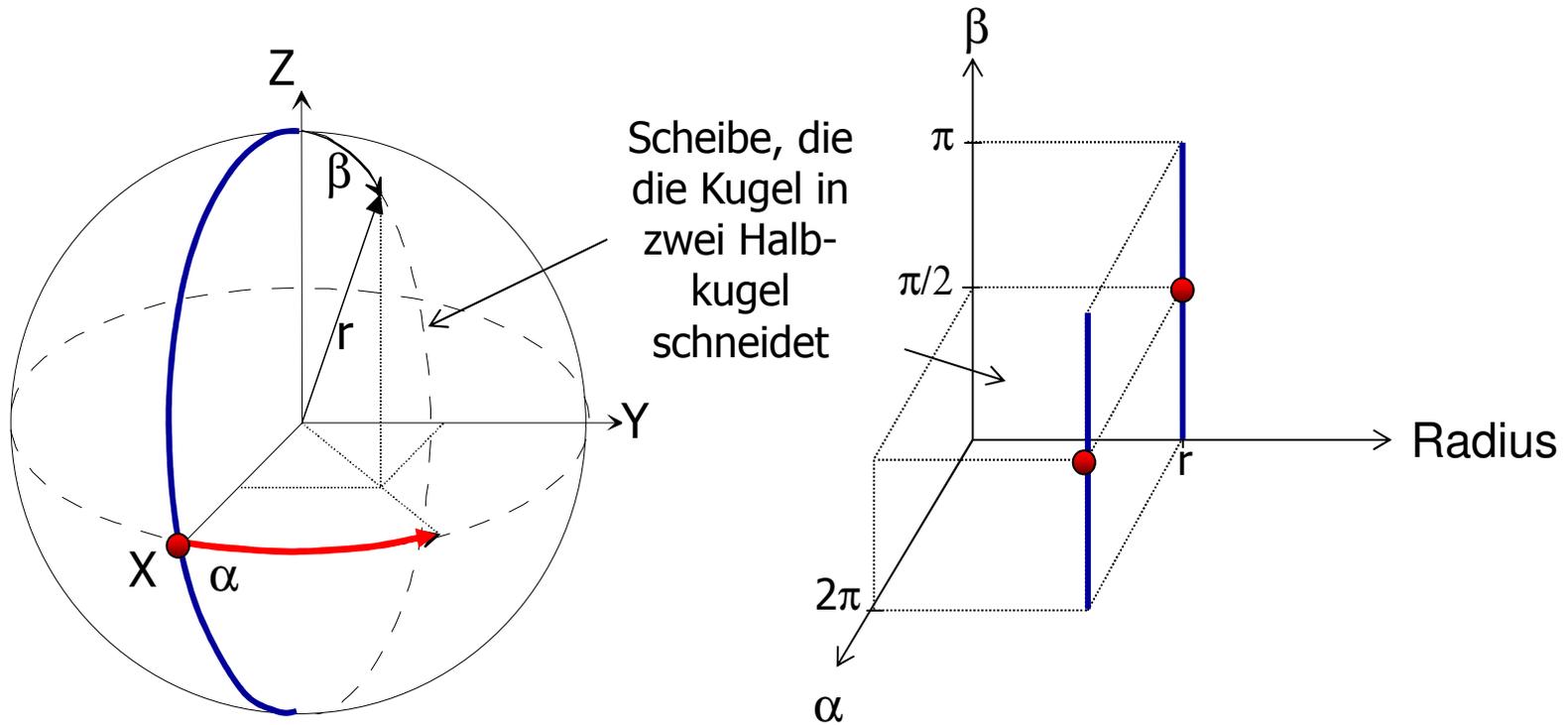
# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem



Kartesisches Koordinatensystem

Kugelkoordinatensystem

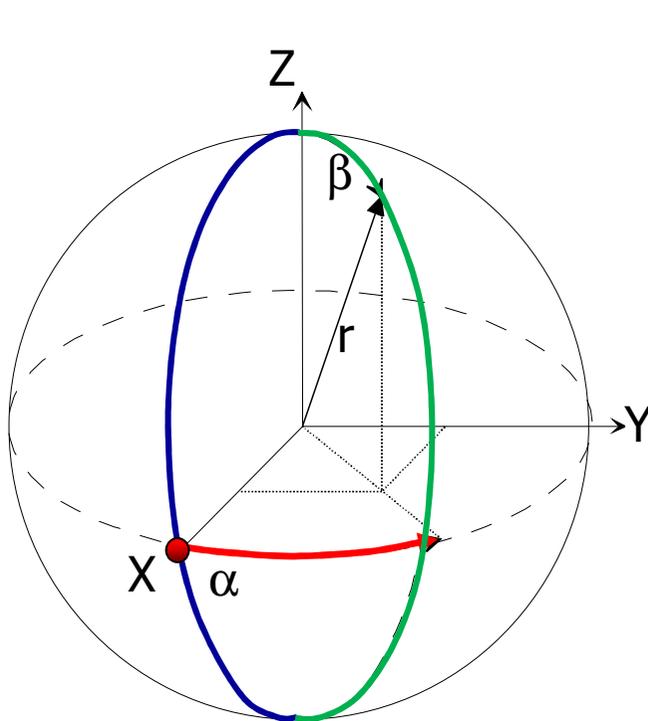
# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem



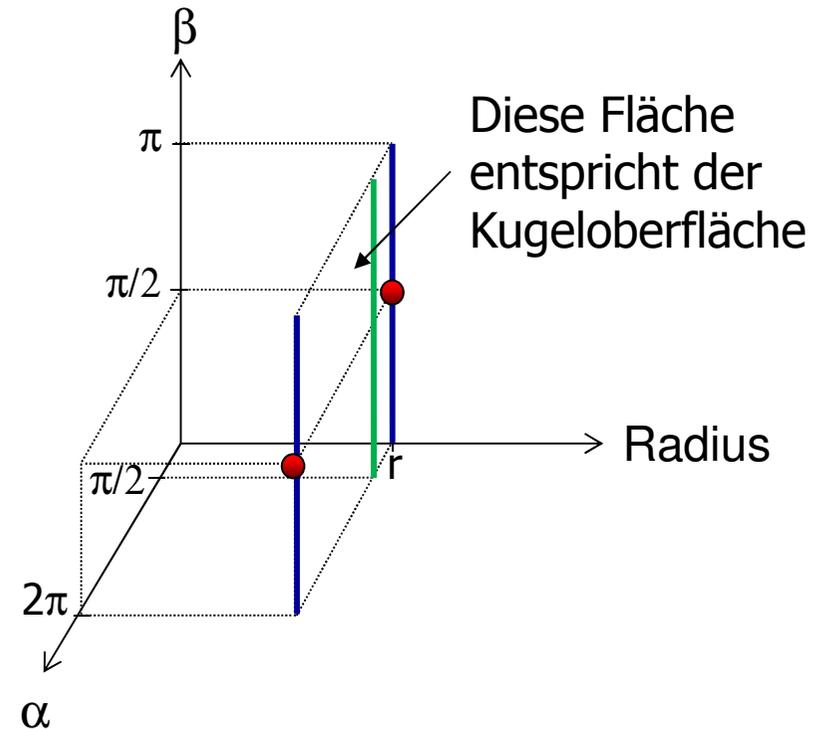
Kartesisches Koordinatensystem

Kugelkoordinatensystem

# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem

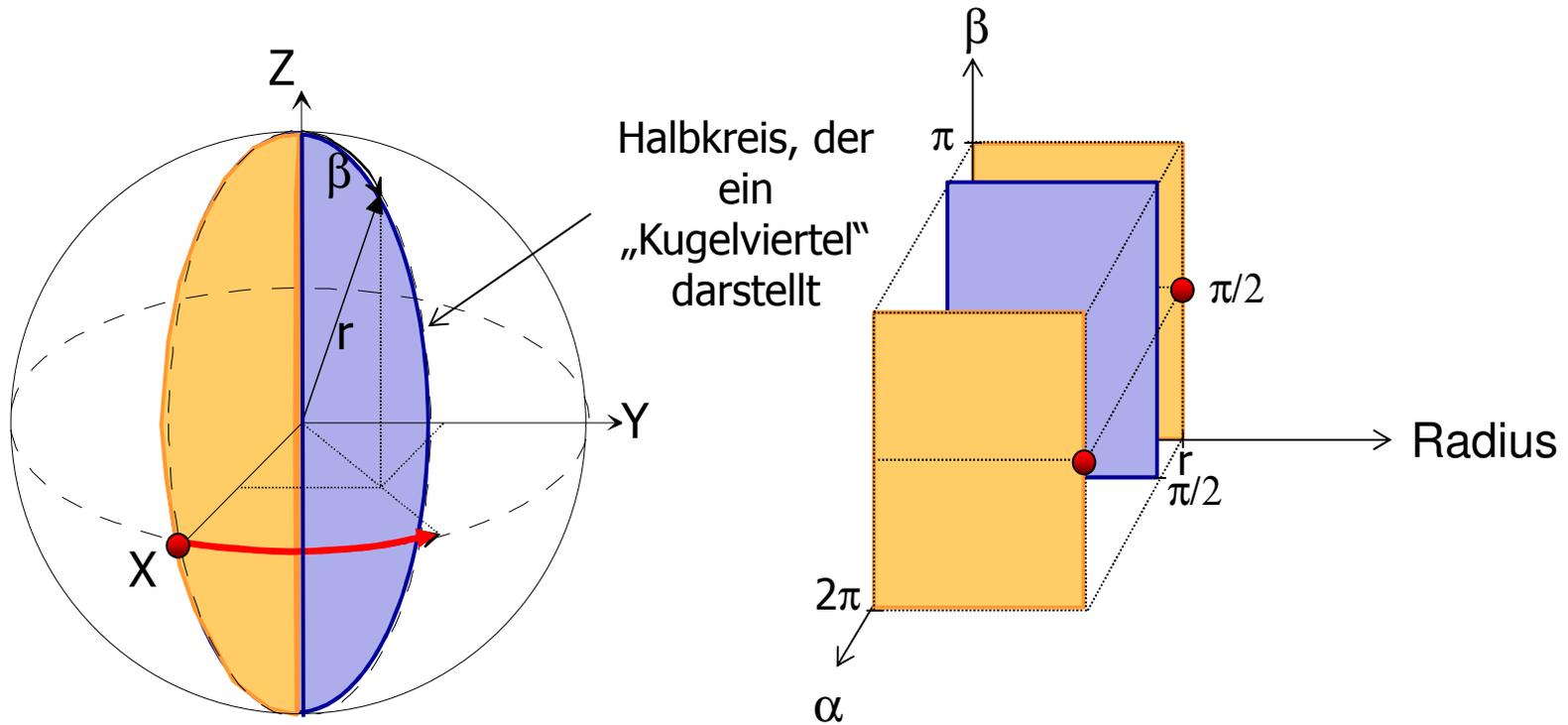


Kartesisches Koordinatensystem



Kugelkoordinatensystem

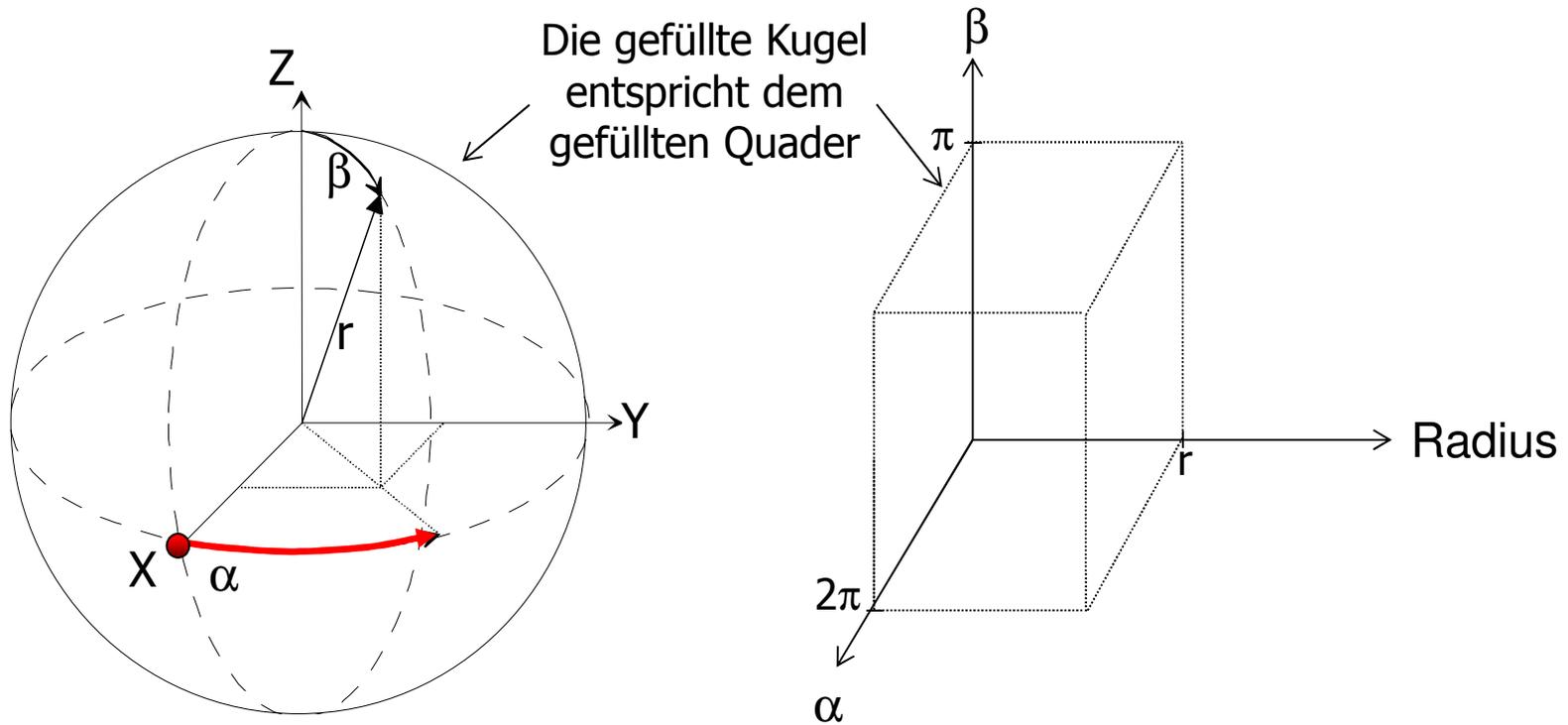
# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem



Kartesisches Koordinatensystem

Kugelkoordinatensystem

# Vom Kartesischen zum Kugelkoordinatensystem



Kartesisches Koordinatensystem

Kugelkoordinatensystem